



## Soluções Industrializadas em Estruturas de Concreto para Edificações de Múltiplos Pavimentos

AVANÇOS NA INVESTIGAÇÃO DOS MECANISMOS RESISTENTES  
À FORÇA CORTANTE EM LAJES ALVEOLARES

Eng. Me. Matheus L. G. Marquesi  
Prof. Dr. Marcelo de Araújo Ferreira



## INTRODUÇÃO

### LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS

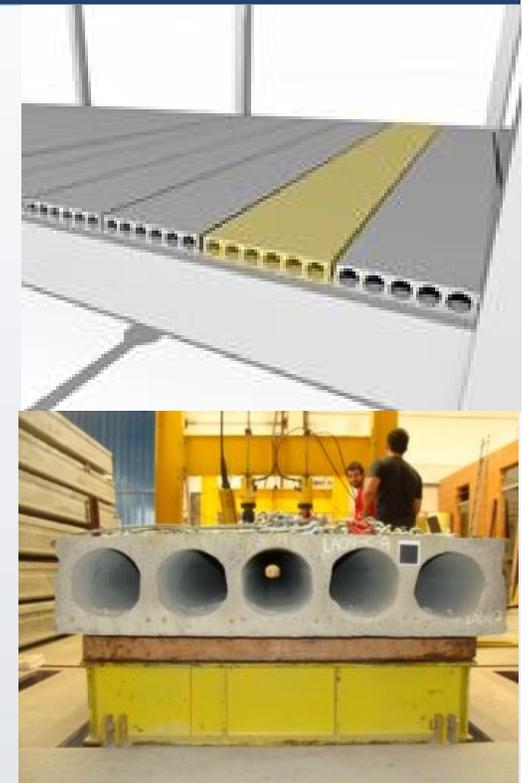
- SEÇÃO TRANSVERSAL ESTRUTURALMENTE EFICIENTE;
- ATENÇÃO ESPECIAL PARA A RESISTÊNCIA À FORÇA CORTANTE;

### BRASIL → 1 MECANISMO RESISTENTE

FLEXO CORTANTE / *FLEXURE SHEAR* /

### EUROPA E EUA → 2 MECANISMOS RESISTENTES

FLEXO-CORTANTE / *FLEXURE SHEAR* / E TRAÇÃO DIAGONAL / *TENSION SHEAR* /



## INTRODUÇÃO

### FLEXO CORTANTE

- OCORRE EM REGIÕES PREVIAMENTE FISSURAS POR FLEXÃO;



(Sherwood, 2006)



(Pajari, 2004)

## INTRODUÇÃO

### TRAÇÃO DIAGONAL

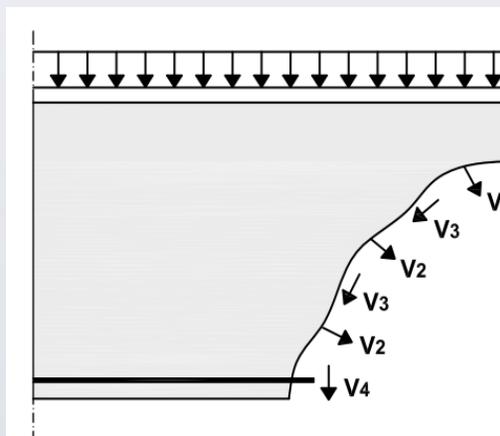
- OCORRE EM REGIÕES NÃO FISSURADAS POR FLEXÃO;



## FLEXO CORTANTE

### FLEXO CORTANTE

- Resistência à tração do concreto;
- Taxa de armadura longitudinal ( $\rho \leq 2\%$ );
- Fator escala ( $d < 60$  cm);
- Influência do esforço axial;



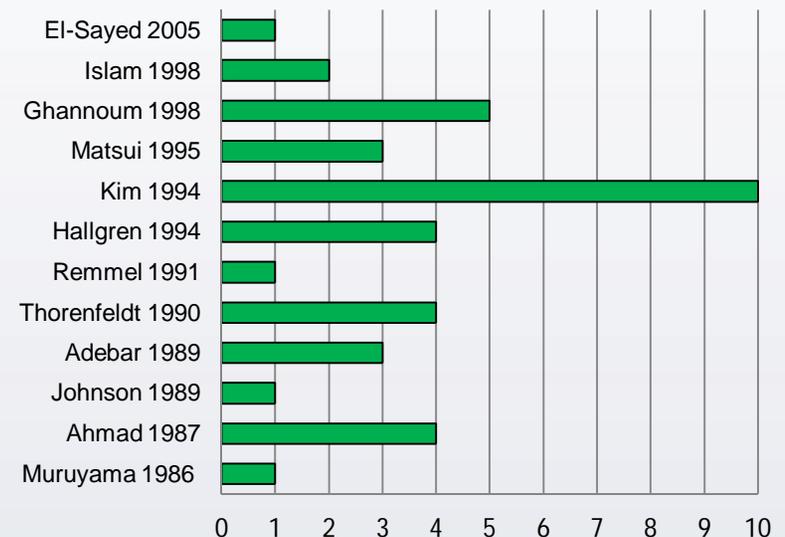
$$V_{Rd1} = \underbrace{0,25 f_{ctd}}_{\text{Resistência à tração}} \underbrace{(1,6 - d)}_{\text{Fator escala}} \underbrace{(1,2 + 40\rho)}_{\text{Taxa de armadura longitudinal}} bd + \underbrace{0,15 \sigma_{cp}}_{\text{Influência do esforço axial}} bd$$

## FLEXO CORTANTE

### FLEXO CORTANTE

$$V_{Rd} = \underbrace{0,25 f_{ctd} (1,6 - d)(1,2 + 40\rho)bd}_{V_c} + \underbrace{0,15\sigma_{cp}bd}_{V_p}$$

- CONCRETOS C50 A C90



Características dos 39 experimentos coletados na literatura

50,8	$\leq f_c \leq$	86,2	[MPa]	Resistência à compressão do concreto
170	$\leq h \leq$	620	[mm]	Altura
142	$\leq d \leq$	550	[mm]	Altura útil
2,50	$\leq a/d \leq$	4,50		Distância da carga ao centro do apoio, $a$ , sobre $d$
0,99	$\leq \rho \leq$	3,04	[%]	Taxa de armadura longitudinal

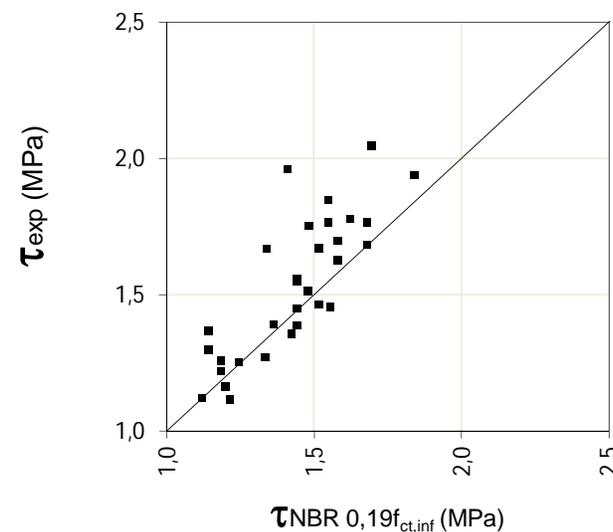
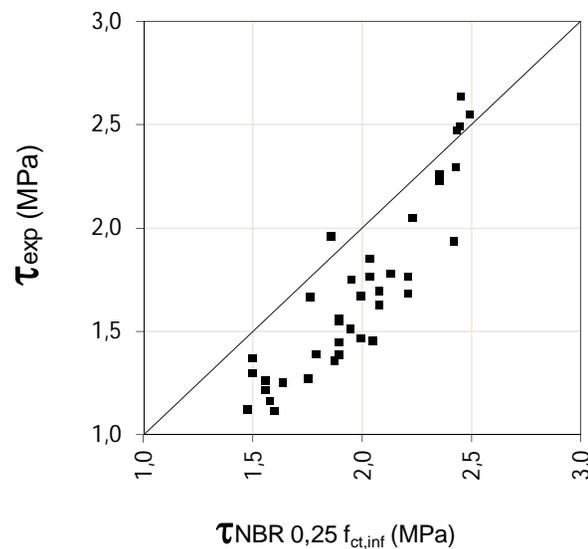
## FLEXO CORTANTE

### FLEXO CORTANTE

$$V_R = \eta \cdot f_{ct,inf} (1,6 - d)(1,2 + 40\rho)bd$$

para  $f_c \leq 50$  MPa:  $\eta = 0,25$  e  $f_{ct,inf} = 0,7 \cdot 0,3 f_c^{2/3}$

para  $50 < f_c \leq 90$  MPa:  $\eta = 0,19$  e  $f_{ct,inf} = 0,7 \cdot 2,12 \ln(1 + 0,11 f_c)$



## FLEXO CORTANTE

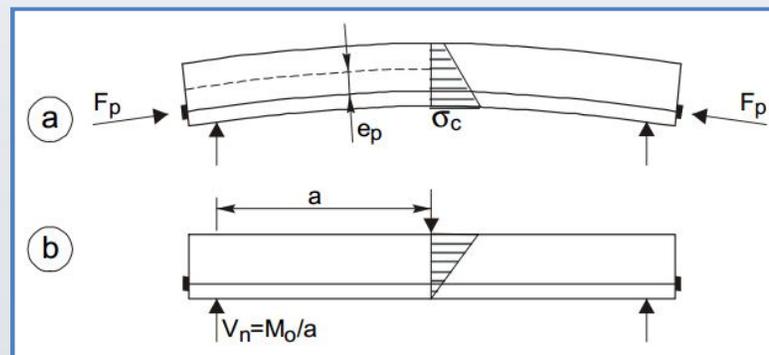
### FLEXO CORTANTE

$$V_{Rd} = \underbrace{0,25 f_{ctd} (1,6 - d)(1,2 + 40\rho)bd}_{V_c} + \underbrace{0,15\sigma_{cp}bd}_{V_p}$$

Hedman e Losberg (1978): após o momento de descompressão ( $M_0$ ) ser alcançado, um elemento de concreto protendido pode ser considerado como um de concreto armado.

$$V_p = M_0 \left| \frac{V_x}{M_x} \right|$$

(modelo generalizado)



$$\frac{a}{d} = 4$$

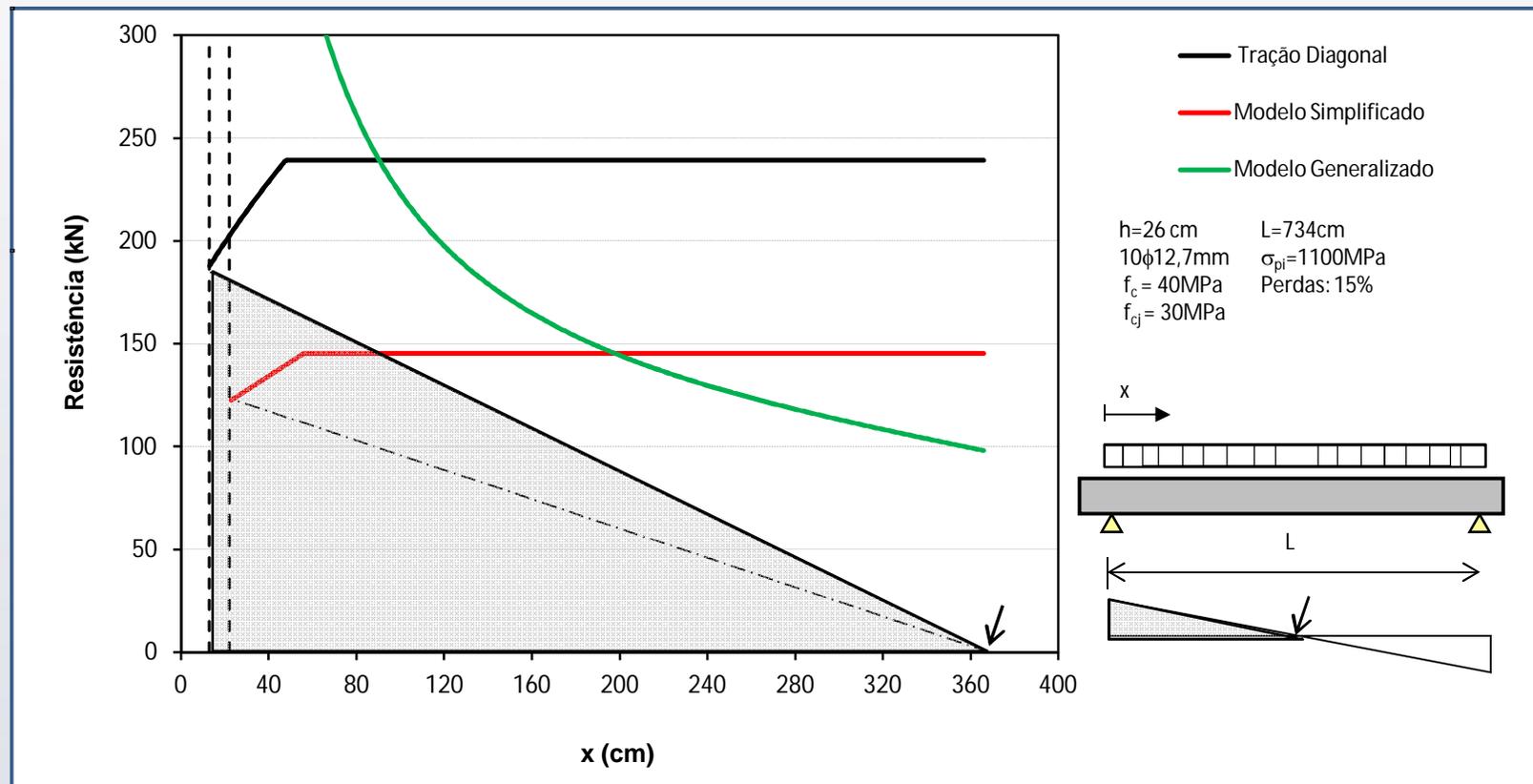


$$V_p = 0,15\sigma_{cp}bd$$

(modelo simplificado)

## FLEXO CORTANTE

### FLEXO CORTANTE



MARQUESI M. L. G. & FERREIRA M. A.

## TRAÇÃO DIAGONAL

### TRAÇÃO DIAGONAL

$$f_{ct} = \sigma_1 = -\frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(-\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + (-\tau)^2}$$

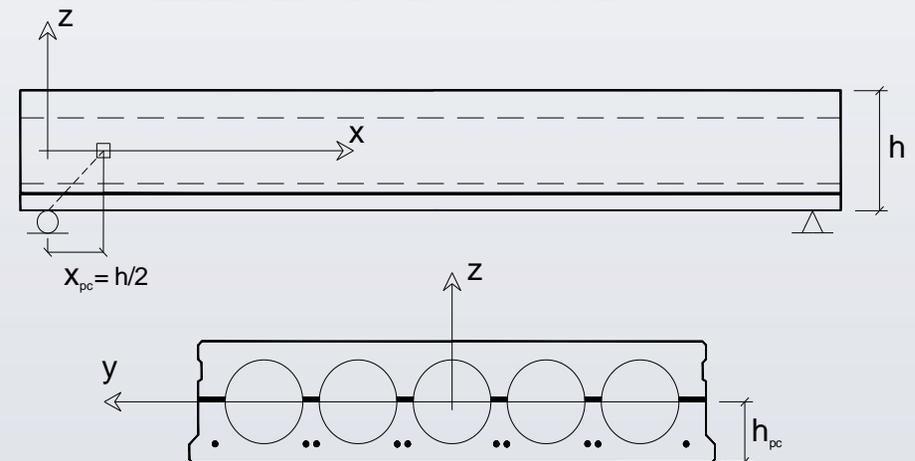


EC2:

$$V = \frac{bI_y}{S_y} \sqrt{f_{ct}^2 + \frac{P(x)}{A} f_{ct}}$$

ACI 318:

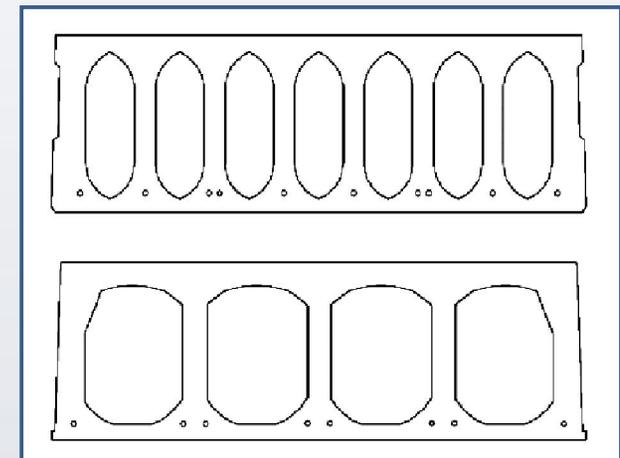
$$V = bd \left( f_{ct} + 0,3 \frac{P(x)}{A} \right)$$



## TRAÇÃO DIAGONAL

### TRAÇÃO DIAGONAL

Experimentos lajes com alvéolos oblongos com ruptura precoce: **60% da carga prevista**  
Pajari (2005) e Ghosh (2006)



Providências:

EN1168: 2008 → Yang 1994

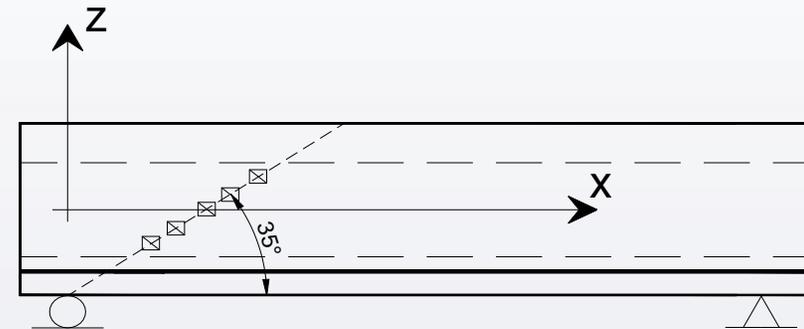
ACI318: 2008 → solicitação até 50% da capacidade para lajes maiores que 320 mm

## TRAÇÃO DIAGONAL

### TRAÇÃO DIAGONAL

EN1168: 2008 → Yang 1994

$$V_{Rd,c} = \frac{I b_w(y)}{S_c(y)} \left( \sqrt{f_{ctd}^2 + \sigma_{cp}(y) f_{ctd}} - \tau_{cp}(y) \right)$$



☒ pontos a serem considerados

$$\sigma_{cp}(y) = \sum_{t=1}^n \left\{ \left[ \frac{1}{A_t} + \frac{(Y_c - y)(Y_c - Y_{p_t})}{I} \right] \cdot P_t(I_x) \right\} - \frac{M_{Ed}}{I} \cdot (Y_c - y)$$

$$\tau_{cp}(y) = \frac{1}{b_w(y)} \cdot \sum_{t=1}^n \left\{ \left[ \frac{A_c(y)}{A_t} - \frac{S_c(y) \cdot (Y_c - Y_{p_t})}{I} + C_{p_t}(y) \right] \cdot \frac{dP_t(I_x)}{dx} \right\}$$

EN1168: 2008 → Alternativa

$$V_{Rd,c} = \varphi \frac{I b_w}{S} \sqrt{f_{ctd}^2 + \beta \alpha_1 \sigma_{cp} f_{ctd}}$$

$\varphi = 0,8$  é o fator redutor global;

$\beta = 0,9$  é o fator redutor da contribuição da protensão;

## TRAÇÃO DIAGONAL

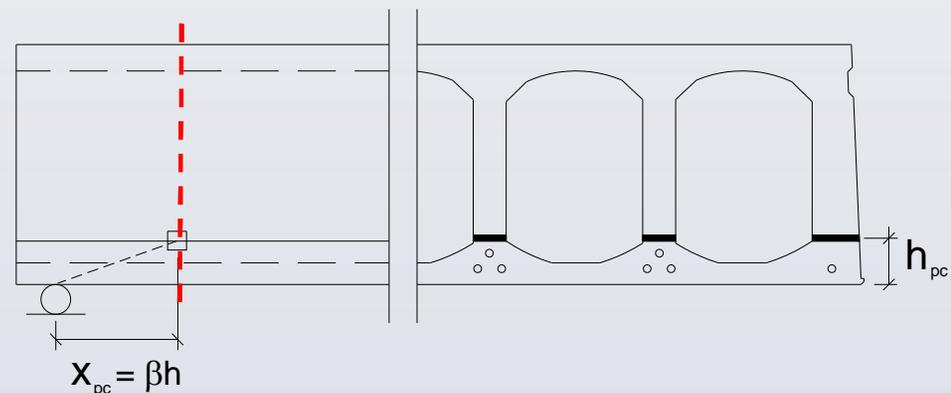
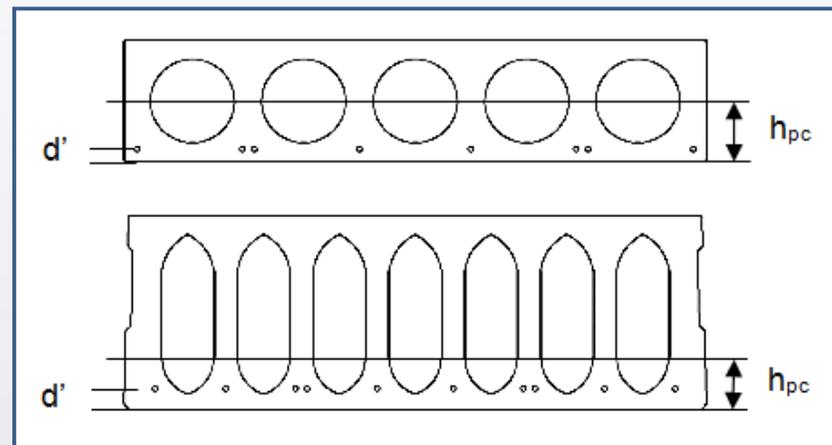
### TRAÇÃO DIAGONAL

Coeficiente redutor proposto:

$$\beta = \varphi + \frac{h_{pc} - d'}{h} \leq 1$$

Seção controle:

$\beta h$  da face interna do apoio

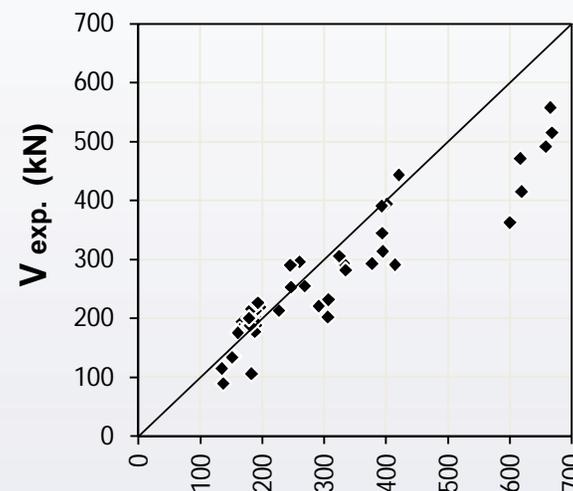


## TRAÇÃO DIAGONAL

### TRAÇÃO DIAGONAL

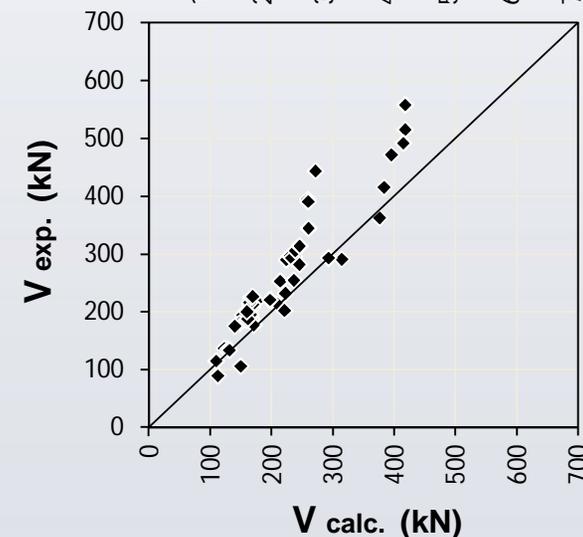
48 experimentos europeus analisados:

EC2 → 
$$V_{calc} = \frac{bI_y}{S_y} \sqrt{f_{ct,inf}^2 + \alpha \sigma_{cp} f_{ct,inf}}$$



Proposta → 
$$V_{calc} = \beta \frac{bI_y}{S_y} \sqrt{f_{ct,inf}^2 + \alpha \sigma_{cp} f_{ct,inf}}$$

$$\beta = \left( 0,5 + \frac{h_{pc} - d'}{h} \right) \leq 1$$



## TRAÇÃO DIAGONAL

### TRAÇÃO DIAGONAL

ACI318:2011 →

$$V_{calc} = (0,29\sqrt{f_c} + 0,3\alpha\sigma_{cp})bd$$

para lajes com altura de 320 mm ou menores

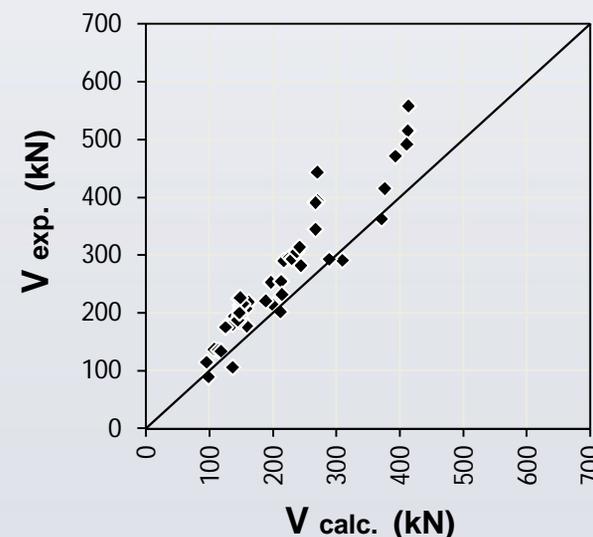
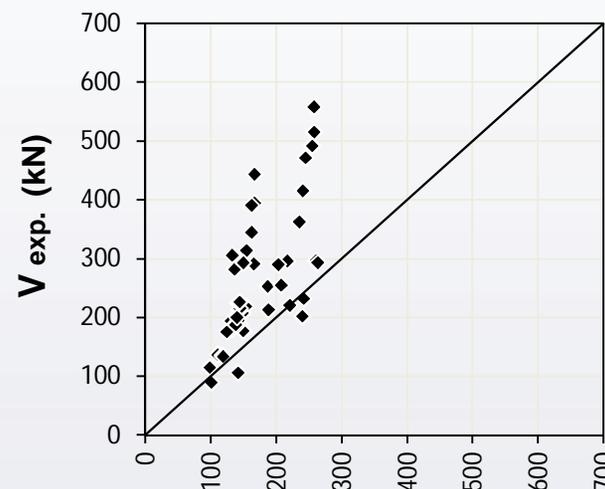
$$V_{calc} = 0,5(0,29\sqrt{f_c} + 0,3\alpha\sigma_{cp})bd$$

para lajes maiores que 320 mm

Proposta →

$$V_{calc} = \beta(0,29\sqrt{f_c} + 0,3\alpha\sigma_{cp})bd$$

$$\beta = \left(0,6 + \frac{h_{pc} - d'}{h}\right) \leq 1$$

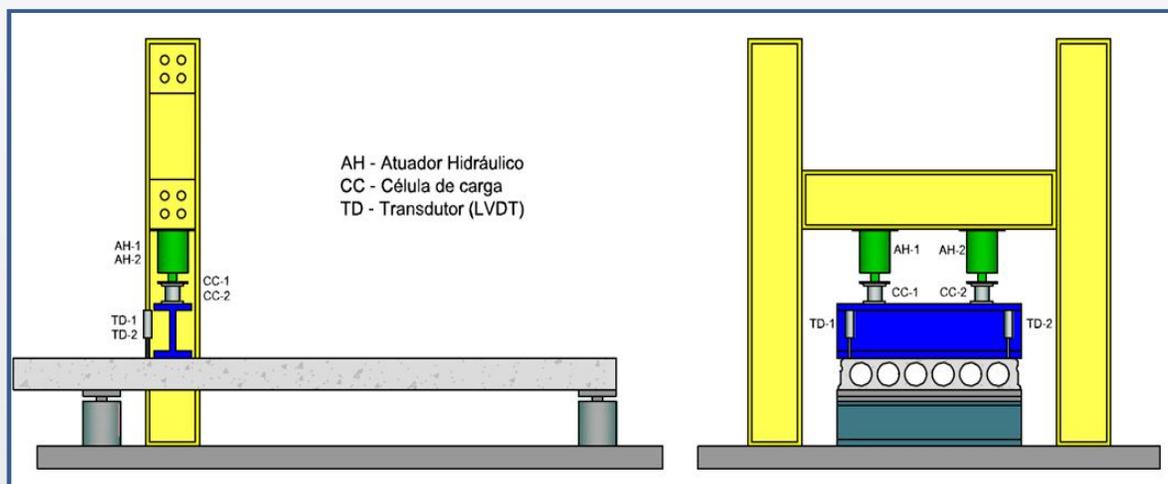


## TRAÇÃO DIAGONAL

### TRAÇÃO DIAGONAL

Alvéolos	nº de exp.		EC2	Proposta EC2	ACI	Proposta ACI	
Circulares	28	$\mu$	1,09	1,18	1,35	1,30	$\mu$ = média; $\sigma$ = desv. pad. COV = $\sigma/\mu$
		$\sigma$	0,13	0,12	0,15	0,14	
		COV	12,2%	10,5%	11,5%	10,4%	
Oblongos	20	$\mu$	0,87	1,21	1,81	1,23	$\mu$ = média; $\sigma$ = desv. pad. COV = $\sigma/\mu$
		$\sigma$	0,13	0,20	0,53	0,18	
		COV	14,5%	16,3%	29,6%	14,9%	
Total	48	$\mu$	1,00	1,20	1,54	1,27	$\mu$ = média; $\sigma$ = desv. pad. COV = $\sigma/\mu$
		$\sigma$	0,17	0,16	0,43	0,16	
		COV	17,1%	13,2%	27,6%	12,6%	

## PROGRAMA EXPERIMENTAL – NETPRE/UFSCAR

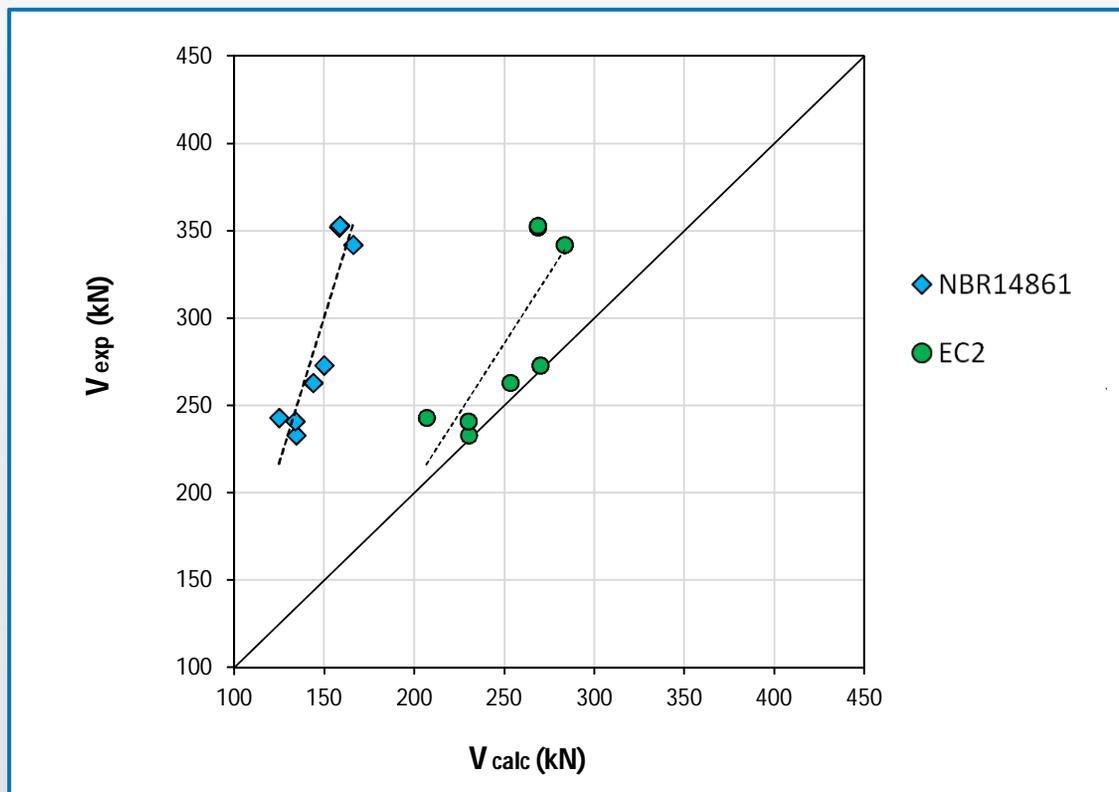


$h_{\text{nominal}}$ (cm)	$b_{w,\text{nominal}}$ (cm)	Armadura inferior	$F_p$ inicial inferior (kN)	$f_{c,\text{saque}}$ (Mpa)	$f_c$ (Mpa)
26,5	28	10 $\phi$ 12,7	124,5	25	45

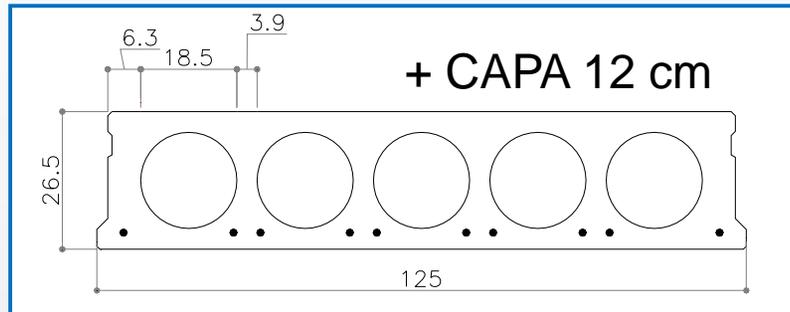
## PROGRAMA EXPERIMENTAL – NETPRE/UFSCAR



## PROGRAMA EXPERIMENTAL – NETPRE/UFSCAR

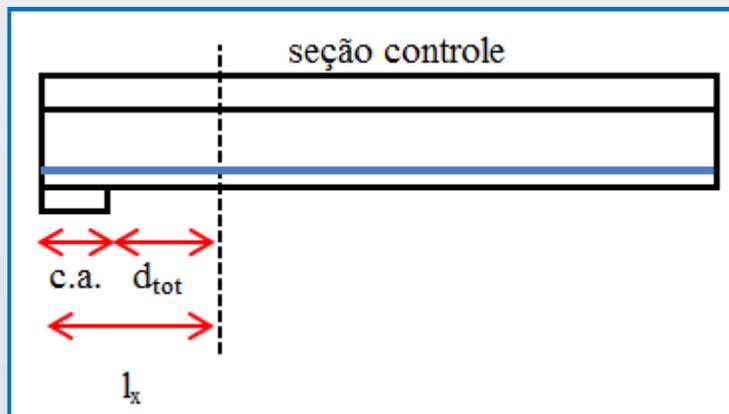


EXEMPLO



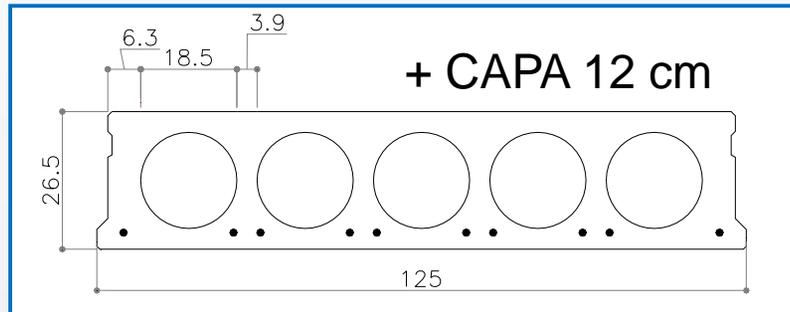
$$L = 1235 \text{ cm } V_{sd} = 135 \text{ kN}$$

FLEXO CORTANTE: I



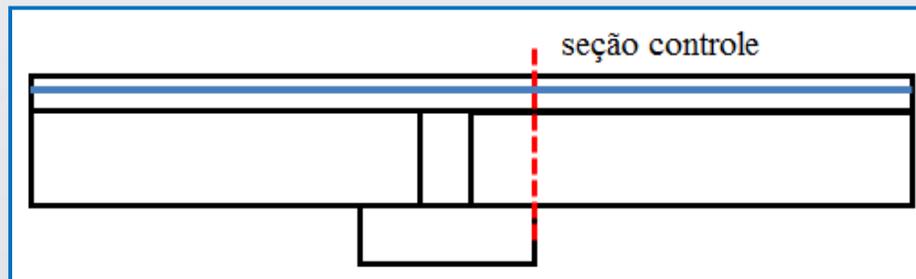
$\gamma_c =$	1,4	$\phi =$	12,7	mm	
$f_{ctk,inf}$	2,66	MPa	$I_{pt2} =$	108	cm
$f_{ctd}$	1,90	MPa	c. a. =	15	cm
$k =$	1,25		$I_x =$	50,5	cm
$\rho =$	0,010	(ativo)	$\alpha =$	47%	
$V_{c1} =$	94,28	kN	$N_{pf} =$	938	kN
			$\sigma_{cp} =$	2,84	MPa
			$V_{p1} =$	19,96	kN
$b_w =$	282	mm	$V_{Rd1} =$	$V_{c1} + V_{p1}$	
$d_t =$	355	mm	<b><math>V_{Rd1} =</math></b>	<b>114,2</b>	<b>kN</b>

EXEMPLO



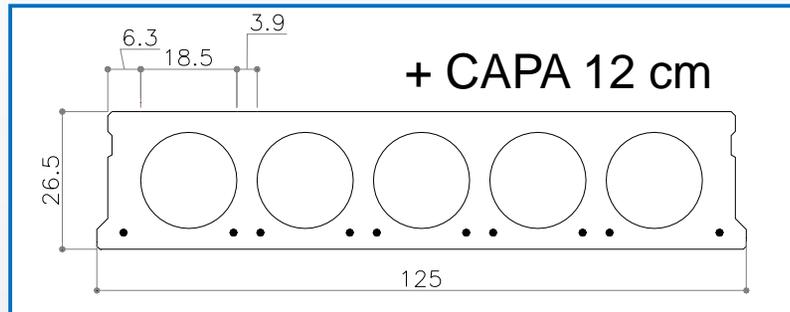
$$L = 1235 \text{ cm } V_{sd} = 135 \text{ kN}$$

FLEXO CORTANTE: II



$\gamma_c =$	1,4	
$f_{ctk,inf}$	2,66	MPa
$f_{ctd}$	1,90	MPa
$k =$	1,25	
$\rho =$	0,020	(passiva - negativo, $\rho \leq 2\%$ )
$V_{c1} =$	118,26	kN
$b_w =$	282	mm
$d_t =$	355	mm
<b><math>V_{Rd1} =</math></b>	<b>118,2</b>	<b>kN</b>

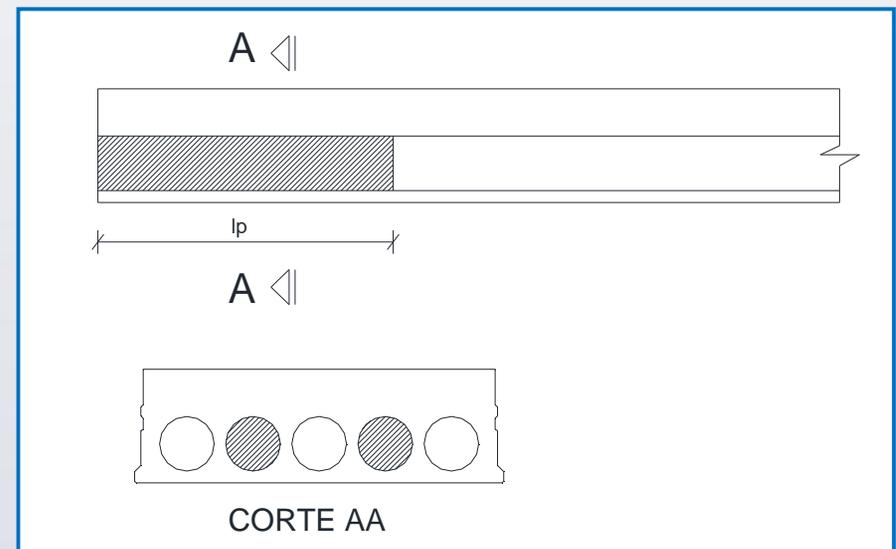
EXEMPLO



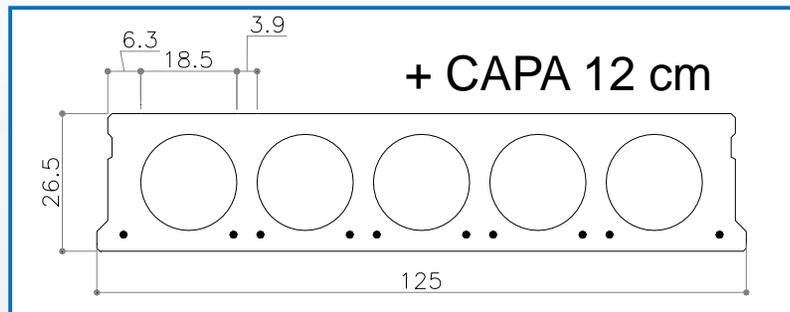
$$L = 1235 \text{ cm } V_{Sd} = 135 \text{ kN}$$

$$V_{Sd} > V_{Rd1} = 114,2 \text{ kN}$$

**NECESSÁRIO O PREENCHIMENTO  
DE ALVÉOLOS**

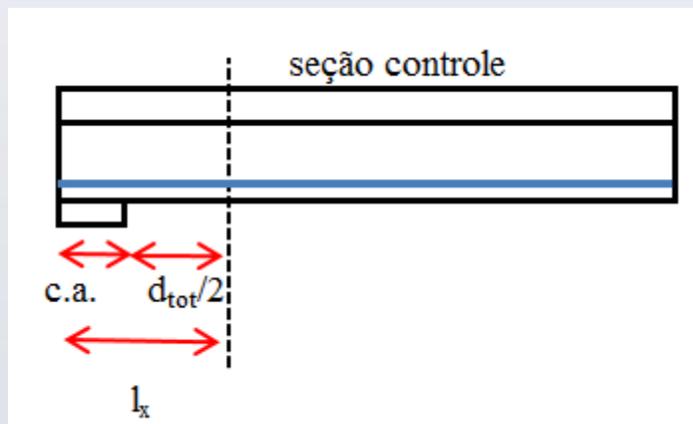


EXEMPLO



$L = 1235 \text{ cm}$   $V_{Sd} = 135 \text{ kN}$

TRAÇÃO DIAGONAL



$\gamma_c =$	1,4		$\phi =$	12,7	mm
$f_{ctk,inf}$	2,66	MPa	$I_{pt2} =$	108	cm
$f_{ctd}$	1,90	MPa	c. a. =	15	cm
$A_{c,sc}$	3,30E+05	mm <sup>2</sup>	$I_x =$	32,75	cm
$I_{c,sc}$	4,82E+09	mm <sup>4</sup>	$\alpha =$	30%	
$S_{sc}$	1,72E+07	mm <sup>3</sup>	$N_{pf} =$	938	kN
$b_w =$	282	mm	$\sigma_{cp} =$	2,84	MPa
$d_t =$	355	mm	$V_{Rc} =$	<b>181</b>	<b>kN</b>

$V_{Sd} < V_{Rc} = 181 \text{ kN} \rightarrow$  NÃO HÁ NECESSIDADE  
DE PREENCHIMENTO DE ALVÉOLOS

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

- NECESSIDADE DE MAIS ENSAIOS COM LAJES BRASILEIRAS, TANTO PRODUZIDAS POR EXTRUSORA QUANTO POR MOLDADEIRAS;
- NECESSIDADE DE ENSAIOS CONSIDERANDO A CONTINUIDADE DE LAJES ALVEOLARES, E PORTANTO, CAPA ESTRUTURAL (ADERÊNCIA CAPA-LAJE);
- O CÁLCULO PELA TRAÇÃO DIAGONAL AUMENTA SIGNIFICATIVAMENTE O VALOR RESISTENTE DA LAJE ALVEOLAR. O CONTROLE DE QUALIDADE DO PRODUTO DEVE SER **RIGOROSO**.
- SITUAÇÕES ONDE EXISTE A NECESSIDADE DE VERIFICAÇÃO DA ESTRUTURA PARA INCÊNCIO, PODE INVIABILIZAR A UTILIZAÇÃO DA TRAÇÃO DIAGONAL NO CÁLCULO ESTRUTURAL.

**AGRADECIMENTOS**

**MUITO OBRIGADO!**

